ثانوية أنيس الخاصة
نيابة عين السبع

فرض محروس رقم 1
مادة الرياضيات

التاريخ: 2011-10-19
المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول: (10 نقط)

0.5 ن 1- هل العبارة : $p:\ (\exists x\in\mathbb{R}):\ x>x^2$ صحيحة أم خاطئة ؟ علل جوابك.

0.5 ن 2- أعط نفي العبارة: $(\forall A>0)(\exists \alpha>0):\ x>\alpha \Rightarrow x^2\in]A;+\infty[$

1 ن 3- بين أن: $(y\neq x \text{ و } y\neq 3-x) \Rightarrow \sqrt{x^2-3x+5}\neq\sqrt{y^2-3y+5}$. حيث x و y عددين من $\mathbb{R}$

1 ن 4- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2\left(E(x)\right)^2-3E(x)=-1$

1 ن 5- أتبث أن: $(\forall a\geq 0)(\forall b\geq 0):\ \sqrt{a}+\sqrt{b}-1=\dfrac{a+b}{2} \Leftrightarrow a=b=1$

1 ن 6- بين أن: 6 يقسم العدد $5n^3+n$ لكل n من $\mathbb{N}^*$

1.5 ن 7- بين أنه لكل n من $\mathbb{N}^*$ لدينا: $1+2^2+3^2+.....+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

1.5 ن 8 - حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $3x-1\leq\sqrt{x+3}$

1 ن 9- بين أن : $\left(\forall (a;b;c)\in\mathbb{R}^3\right):\ \left|\dfrac{a+b}{2}\right|+\left|\dfrac{a-b}{2}\right|<c \Rightarrow \left(|a|<c \text{ و } |b|<c\right)$

1 ن 10- برهن أن: $(\forall x\geq 1)(\forall y\geq 1):\ \sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\leq\sqrt{xy}$

التمرين الثاني : (2.5 نقط)

0.5 ن 1- بين أن : $\forall a\in\mathbb{R}^+\ ;\ \forall b\in\mathbb{R}^+:\ a+b\geq 2\sqrt{ab}$

0.5 ن 2- بين أن : $(\forall a>1):\ \dfrac{a^2}{a-1}\geq 4$

1.5 ن 3- استنتج أن: $(\forall x>1)(\forall y>1):\ \dfrac{x^2}{y-1}+\dfrac{y^2}{x-1}\geq 8$

التمرين الثالث : (7.5 نقط)

لتكن f و g الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين بما يلي:

$f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x-1$ و $g(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$

2 ن 1- ضع جدول تغيرات كل من f و g.

1 ن 2 – بين أن الدالة f مكبورة بالعدد 1 .

0.5 ن 3 – حدد صورة المجال $[-1;0]$ بالدالة f .

4 – لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي: $h(x)=\dfrac{2x^2-8x+6}{x^2-4x}$

1 ن أ- حدد مجموعة تعريف الدالة h.

1 ن ب- تحقق من أن: $(\forall x\in D_h):\ h(x)=gof(x)$

2 ن ج- ادرس تغيرات الدالة h على كل من المجالات : $]4,+\infty[$ و $]2;4[$ و $]0;2[$ و $]-\infty;0[$.